

STATICA

SCIENZA DELLE COSTRUZIONI 11

La scienza delle costruzioni si propone lo studio delle deformazioni, delle sollecitazioni interne dei corpi sottoposti all'azione di forze esterne. Viene sviluppato lo studio dei materiali da costruzione e le relative proprietà tecnologiche.

LE FORZE

Le forze sono delle azioni che sollecitano i corpi a cui sono applicate. Essi possono spostarsi (di moto traslatorio, rotatorio, o combinazione di essi), restare in equilibrio, deformarsi elasticamente, snervarsi, rompersi. Una forza applicata ad un corpo puo' dare effetti diversi a secondo della giacitura e dei parametri che la identificano.

Le superfici, le distanze, i volumi, gli angoli, entita' di tipo geometrico, necessitano di un solo elemento di tipo scalare per essere definiti.

Non cosi' puo' dirsi per le forze che oltre all'intensita', elemento numerico scalare, necessitano di una retta su cui operare, di un verso per risalire al loro effetto (ad esempio, traente, spingente), di un punto in cui essere applicate.

Sono dei vettori e come tali vanno trattate per risalire alla cinematica dei corpi e per individuarne i diversi effetti sulle fibre sollecitate a trazione, compressione, torsione, taglio.

Le forze vengono individuate e definite da quattro elementi fondamentali:

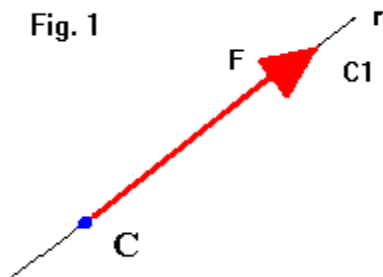
- 1) punto di applicazione.
- 2) retta d'azione.
- 3) intensità.
- 4) verso.

Sono dei vettori e, in generale, a partire dal punto di applicazione, si rappresentano graficamente su una retta che ne indica la curva di scorrimento.


(si ricorda che anche la retta e' una curva a curvatura zero " $c=0$ ", raggio di curvatura infinito: $c=1/r=0$)

12

Fig. 1



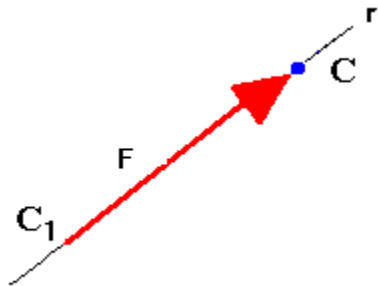
r = retta d'azione

 = la treccia indica il verso secondo cui la forza operi sulla retta r

C punto di applicazione

IL SEGMENTO CC_1 RAPPRESENTA L'INTENSITA' DELLA FORZA F IN CORRELAZIONE AL RAPPORTO DELLA SCALA USATA.


In alcuni casi, per chiarezza grafica, la forza puo' essere rappresentata prima del suo punto di applicazione.



$\overline{C_1C}$ = intensita' grafica della forza F

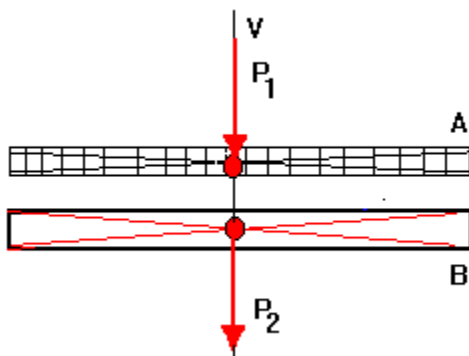
C = punto di applicazione

r = retta d'azione

 = la treccia indica il verso secondo cui la forza opera sulla retta r

Nell'esempio che segue, rappresentare le forze P_1 ed P_2 , a partire dai rispettivi punti di applicazione, fornirebbe uno schema di poca chiarezza grafica per il sovrapporsi del primo vettore sul secondo.

13 ESEMPIO



DUE CORPI A ED B VENGONO RAPPRESENTATI DAI LORO PES APPLICATI AI RISPETTIVI BARICENTRI DISPOSTI SULLA STESSA RETTA VERTICALE V

[vedi caso applicativo a pag. 107]

VERSO DI UNA FORZA E SEGNO ALGEBRICO

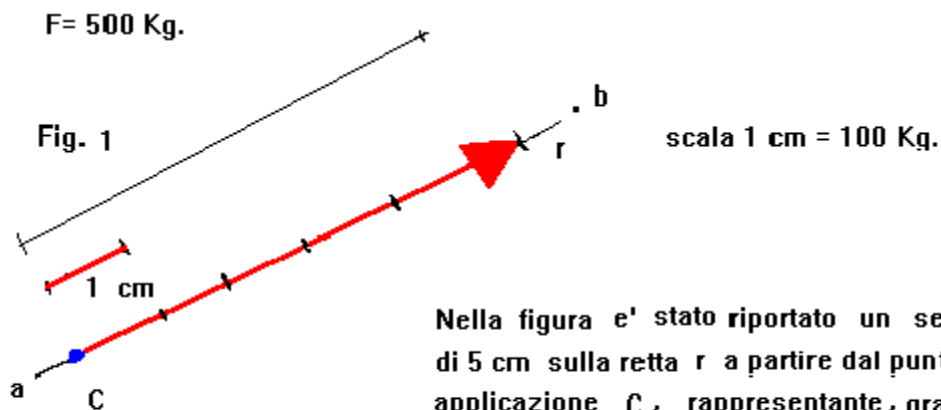
Il verso di una forza, oltre alla definizione data di direzione a cui tende, assume un segno algebrico (positivo o negativo) convenzionale rispetto ad una direzione di riferimento intesa positiva.

Nel caso della figura 1 di pagina 12 è positivo se il vettore è diretto verso il punto b , negativo se diretto verso il punto a , per convenzione che in tal modo viene fissata a priori.

Per rappresentare graficamente una forza, occorre fissare la retta di giacitura, il punto di applicazione su di essa, il verso convenzionale secondo cui la forza tende, l'intensità e infine la scala di rappresentazione.

14 ESERCIZIO

Sulla retta r , a partire dal punto di applicazione C , fig. 1, e' rappresentata in scala, una forza di 500 Kg con un segmento di 5 cm. E' considerata positiva la direzione verso il punto b .

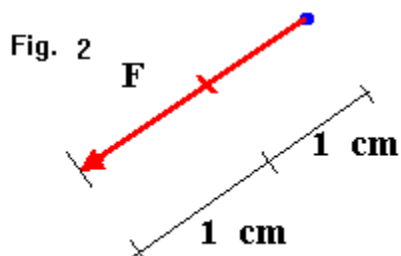


Nella figura e' stato riportato un segmento di 5 cm sulla retta r a partire dal punto di applicazione C , rappresentante, graficamente e in scala, una forza di 500 Kg. diretta verso il punto b , considerato verso positivo.

ESEMPIO DI FORZA CON SEGNO NEGATIVO

SCALA 1 cm = 100kg ; lunghezza grafica 2,00 cm

$$F = 2 \times 100 = - 200 \text{ Kg}$$



In Fig. 2 è rappresentata graficamente una forza di 200 Kg con verso convenzionale negativo.

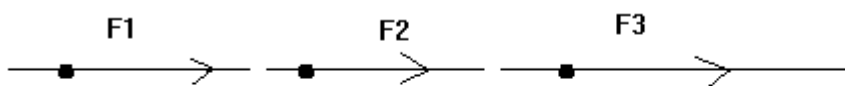
SISTEMA DI FORZE COMPLANARI

Un sistema di forze e' costituito da due o piu' forze componenti, dette conpiane o complanari se giacciono sullo stesso piano.

Le forze del sistema possono avere:

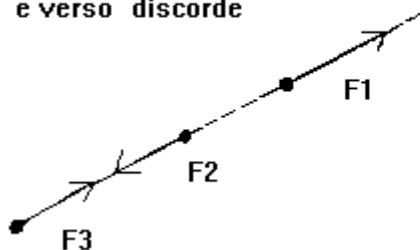
- 1) La stessa retta d'azione e verso concorde o discorde.
- 2) Stesso punto di applicazione (Forze concorrenti).
- 3) Parallele a verso concorde.
- 4) Parallele a verso discorde.
- 5) Comunque disposte.

15



Forze ad unica retta d'azione e verso concorde

Forze ad unica retta di azione e verso discorde



Forze parallele a verso discorde



Forze concorrenti complanari



Forze parallele a verso concorde



Forze compiane comunque disposte

COMPOSIZIONE DI FORZE 16

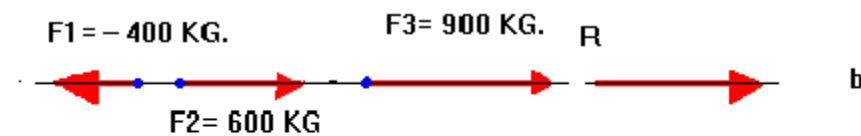
Più forze agenti sullo stesso corpo, determinano effetti uguali a quelli generati da un' unica forza, definita forza risultante, di cui occorre individuare gli elementi fondamentali (retta d'azione, punto di applicazione, verso, intensità).

Si risale alla risultante sia con procedimenti analitici che con metodi grafici, sommando i vettori componenti.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_n$$

CALCOLO DELLA RISULTANTE DI TRE FORZE CHE HANNO LA STESSA RETTA D'AZIONE E VERSO DISCORDE

Si assumono positive le forze che tendono verso il punto b.



assunto per positivo
l'orientamento verso il punto b,
si ha:

$$\begin{aligned} F_1 &= - 400\text{KG.} \\ F_2 &= + 600\text{kg.} \\ F_3 &= + 900\text{KG.} \end{aligned}$$

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

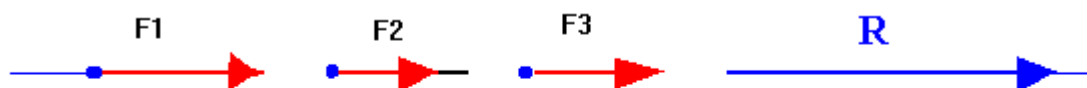
$$R = -400 + 600 + 900 = 1100 \text{ KG.}$$

R= risultante del sistema di forze.

La risultante ha verso concorde alle forze preponderanti.

La risultante ottenuta dalla somma algebrica delle componenti F_1 , F_2 , F_3 , è rivolta verso il punto b in quanto positiva.
 Se fosse risultata negativa avrebbe avuto il senso opposto.
 Quando le forze hanno la stessa retta d'azione, il calcolo della risultante è semplice e analitico; metodo da preferire per l'esattezza del risultato.
 La determinazione del punto di applicazione e' trattata a (pag. 24)

CALCOLO DELLA RISULTANTE DI FORZE AD UNICA RETTA D'AZIONE E VERSO CONCORDE



FORZE AD UNICA RETTA D'AZIONE E VERSO CONCORDE

17

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$$

$$F_1 = + 600\text{Kg}$$

$$F_2 = + 350 \text{ kg}$$

$$F_3 = + 400\text{Kg}$$

L'intensita' della risultante e' data dalla somma dei tre vettori; ha stessa retta d'azione e verso concorde alle componenti.

$$R=600+350+400=1350\text{Kg} \quad \text{INTENSITA' DELLA RISULTANTE}$$

Il punto di applicazione si determina secondo i procedimenti trattati nelle pagine 24, 38, 41. 43/46.

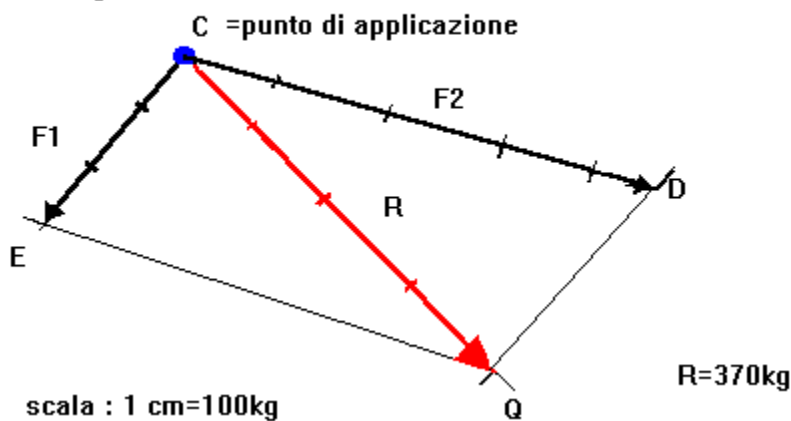
CALCOLO DELLA RISULTANTE DI DUE FORZE CONCORRENTI (metodo grafico)

Fissato l'assetto e lo schema grafico piano, la risultante, in questo caso elementare, e' determinatagraficamente con valido risultato, a meno dell'errore di graficismo, con il metodo del parallelogramma che la rappresenta nella diagonale QC.

Tenuto conto del rapporto di scala $1 \text{ cm} = 100\text{Kg}$, tracciando dall'estremo D della forza F2 la parallela alla retta d'azione della forza F1 e dall'estremo E della forza F1 la parallela alla retta d'azione della forza F2, si ottiene dalla loro intersezione il punto Q.

18

F1=300KG
F2=450kg



nel grafico la forza F_1 e' rappresentata da 3.00 cm, la forza F_2 da 4.50 cm, la risultante R e' lunga 3,70 cm .

L'intensita' e' $370 \text{ Kg} = 3,70 \times 100$ in virtu' della scala adottata ($1 \text{ cm} = 100 \text{ Kg}$)

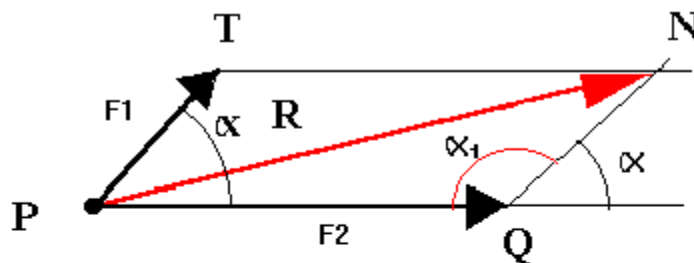
Diverso e' il procedimenti per la risoluzione analitica, che richiede la conoscenza dell'angolo tra le due forze per l'impostazione dei risultati (metodo analitico, vedi pagina 17).

COMPOSIZIONE DI DUE FORZE CONCORRENTI (metodo analitico)

Dati l'angolo, l'intensità, il punto di applicazione e il verso di ogni forza componente, la risultante si calcola, nella generica disposizione delle componenti stesse, applicando il teorema di Carnot. L'angolo alfa tra le forze componenti e' qualunque.

SCHEMA GRAFICO

19



DAL TRIANGOLO $\hat{P} Q N$, ESSENDO $QN = F_1$, SI CALCOLA LA RISULTANTE

$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2 \times F_1 \times F_2 \times \cos \alpha_1}$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - \alpha$$

ESERCIZIO

Sono noti due forze e l'angolo compreso, determinare la risultante.

$$F_1 = 600 \text{ Kg}$$

$$F_2 = 900 \text{ Kg}$$

ANGOLO TRA LE DUE FORZE $F_1 \ F_2 \ \alpha = 60^\circ$

$$\alpha_1 = 180^\circ - \alpha$$

$$\alpha_1 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$R = \sqrt{600^2 + 900^2 - 2 \times 600 \times 900 \times \cos 120^\circ}$$

$$R = 1307 \text{ kg}$$

CASO PARTICOLARE

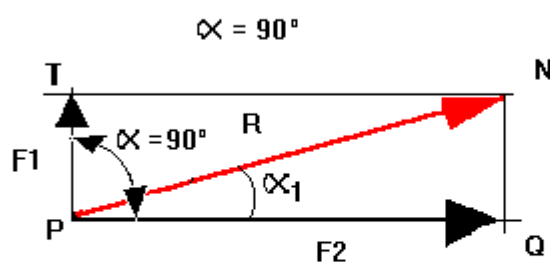
COMPOSIZIONE DI DUE FORZE CON RETTE D'AZIONE ORTOGONALI TRA LORO

Note due forze determinare la risultante.

$$F_1 = 450 \text{ Kg}$$

$$F_2 = 600 \text{ Kg}$$

DAL TRIANGOLO RETTANGOLO $P \hat{Q} N$ CON $\overline{QN} = F_1$
SI CALCOLA LA RISULTANTE



$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2}$$

$$R = 750 \text{ kg}$$

20

UTILIZZANDO LE FUNZIONI TRIGONOMETRICHE

Considerando il triangolo rettangolo QPN con $QN = F_1$, e tenendo presente che il rapporto tra due cateti fornisce la tangente dell'angolo che si oppone al cateto del numeratore, si ha il seguente procedimento:

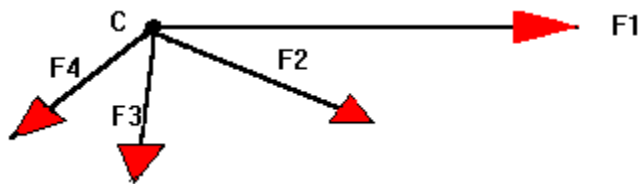
$$\text{tag } \alpha_1 = \frac{F_1}{F_2}$$

$$\alpha_1 = \text{arctag} \frac{F_1}{F_2} = \text{arctag} \frac{450}{600} = 36^\circ 52' 11''$$

$$R = \frac{F_2}{\cos \alpha_1} = \frac{600}{\cos 36^\circ 52' 11''} = 750 \text{ Kg}$$

COMPOSIZIONE DI UN SISTEMA DI FORZE

A) Procedimento grafico generale del parallelogramma ripetuto



21

Se le forze concorrenti sono piu' di due, la risultante si ottiene ripetendo piu' volte e in sequenza la costruzione del parallelogramma.

Si compone la F_3 con la F_4 .

Considerando come componente del secondo parallelogramma

la prima risultante R_1 che, composta con la componente F_2 , da' la risultante R_2 e questa, composta con la F_1 , consente di determinare la risultante R_3 di tutto il

SISTEMA DI FORZE F_1, F_2, F_3, F_4

Schema della composizione del sistema di forze complanari concorrenti. La risultante e' R_3 .

